Rallye mathématique

UNIVERSITÉ LAVAL

Cette activité a pour but de vous faire découvrir quelques éléments d'architecture et lieux d'intérêt situés sur le campus de l'Université Laval tout en testant votre culture mathématique. Nous vous suggérons de former des équipes d'au moins 4 afin de venir à bout de cette épreuve. Pour ce rallye, vous aurez besoin d'une feuille d'instructions, d'un appareil photo et d'un téléphone cellulaire qui a accès à Internet. Libre à vous d'utiliser toutes les ressources à votre disposition pour solutionner les 10 énigmes qui vous seront posées (Google, livres, appeler un ami, …). Chaque énigme vous demandera de prendre une photo. L'équipe gagnante sera choisie selon deux critères :

1. Le nombre de bonnes réponses aux énigmes, c'est-à-dire les photos prises par l'équipe présentent l'élément de réponse attendu.
2. L'originalité des photos prises par votre équipe. Laissez aller le.a photographe en vous; concepts photo, photos cocasses et accessoires (si vous en trouvez!) sont les bienvenus.

Vous devrez envoyer une photo des membres de votre équipe, les noms des membres de votre équipe ainsi que les photos que vous aurez prises pendant l'activité par Facebook à Anthony Doyon (https://www.facebook.com/anthony.doyon.31/) avant 16h30. Nous procéderons ensuite à la compilation des résultats et nous remettrons le prix à l'équipe la plus méritante le lendemain de la tenue de l'événement. Divulgâcheur : L'équipe gagnante se méritera des cartes-cadeaux Amazon.

Bonne chance!
L'équipe du CCÉM 2022

CCEM
CUMC

Énigmes

Il n’y a pas d’ordre à suivre pour solutionner les énigmes. Vous pouvez procéder à la résolution dans l’ordre qui vous semble le plus efficace. Assurez-vous qu’au moins un.e membre de votre équipe soit présent.e sur chacune de vos photos.

☐ Rendez visite au premier recteur de l’Université Laval et prenez-vous en photo avec une pyramide à base octogonale. Indice : Une pyramide à base octogonale se trouve au sommet du bâtiment qui décore la bannière du CCÉM (voir la photo ci-contre ou encore la page d’accueil de notre site web).

☐ Prenez-vous en photo accompagné.e.s du terrier d’une marmotte. Points bonus si une marmotte apparaît sur votre photo. Encore plus de points bonus si une marmotte blonde apparaît sur votre photo (Eh oui, des marmottes blondes habitent le campus de l’Université Laval!). IMPORTANT : S’il vous plaît, respectez les animaux et restez loin d’eux lors de la prise de photo!

☐ Un peu de culture mathématique! Si le mémoire de Riemann a été publié en 18ZW, alors on pose XY = ZW + 10. Pour cette épreuve, allez dans le Pavillon Alexandre-Vachon et prenez-vous en photo avec votre livre favori dans l’étagère de livres à donner à côté du local 10XY. Prendre en note que les nombres X,Y,Z,W sont considérés comme étant des décimales dans l’écriture d’un nombre, c’est-à-dire que si X = Y = 1, alors XY = 11.

Le mémoire de Riemann

Dans un court article de seulement 8 pages intitulé *Über die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grösse (Sur le nombre de premiers inférieurs à une taille donnée),* Riemann a su choquer pour de bon le monde des mathématiques. Dans cet article Riemann étudie les propriétés analytiques de la fonction $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^s}$ pour s un paramètre complexe. Cette fonction était déjà connue à l’époque: Leonhard Euler l’avait déjà étudiée pour s un paramètre réel. C’est dans cet article que Riemann a formulé sa conjecture maintenant connue sous le nom de l’hypothèse de Riemann:

$$\text{Si } \zeta(s) = 0, \text{ alors } Re(s) = \frac{1}{2}.$$

Ce court écrit regorge d’idées astucieuses : Riemann y expose entre autres le lien qui unit la fonction $\zeta(s)$ et l’intégrale logarithmique $Li(x)$, donne une preuve de l’équation fonctionnelle satisfaite par la fonction $\zeta(s)$ en plus de discuter du lien entre la fonction $\zeta(s)$ et la distribution des nombres premiers. Ce sont d’ailleurs les idées contenues dans cette œuvre de Riemann qui inspireront de la Vallée Poussin et Hadamard dans la concoction de la toute première preuve du théorème des nombres premiers. Ce théorème stipule que les nombres premiers plus petits qu’un nombre x fixés sont environ au nombre de $\frac{x}{log(x)}$. Plus précisément, si $\pi(x)$ compte le nombre de premiers plus petits que x, Hadamard et de la Vallée Poussin ont montré que

$$\pi(x) \sim \frac{x}{log(x)}.$$

Les idées novatrices du mémoire de Riemann continuent encore d’inspirer les mathématicien.nes d’aujourd’hui. Un exemple flagrant de cette affirmation est celui des fonctions L qui sont des analogues de la fonction ζ dont l’étude occupe une partie centrale de la théorie algébrique des nombres depuis déjà quelques décennies.

*Les informations susmentionnées proviennent du livre *The Life of Primes in 37 Episodes* de Jean-Marie De Koninck et Nicolas Doyon.

☐ Soit X le 3e nombre premier de Fermat. Prenez-vous en photo avec un bâtiment de l'Université Laval qui possède X étages.

☐ Soit (r, θ) les coordonnées polaires usuelles et a,b des paramètres réels. Une équation de la forme $r = a + b\theta$ décrit une courbe qui porte le nom de ??????? d'Archimède. Prenez-vous en photo avec la ??????? que nous avons cachée dans la cafétéria du pavillon Adrien-Pouliot.

Pierre de Fermat
Nous aurions bien aimé faire une capsule historique à propos de Pierre de Fermat, mais la marge de notre document était trop étroite pour la contenir.

*Illustration de Pierre de Fermat tirée du site https://en.wikipedia.org/wiki/Pierre_de_Fermat

☐ Votre prochaine épreuve vous fera redécouvrir l'objet central d'une œuvre classique d'Archimède intitulée *De la mesure du ??????*. Rendez-vous devant le pavillon Jean-Charles-Bonenfant et prenez-vous en photo avec le plus beau ?????? que vous aurez trouvé.

De A. Theuet, Liure II. 46

ARCHIMEDES PHILOSOPHE Grec. Chap. 23.

CE grād Geometrien & tref-fubtil inuenteur Archimede, duquel ie reprefente icy le naturel pourtraict, que i'ay apporté de Sicile faict en bronze, cōme vne grande medalle, que l'on trouue au fondemēt des villes fondées par les Cefars Romains, a efté fi excellent en fon aage, que tous les hiftoriēs Grecs & Latins ne fe trouuerent iamais las ne ennuyez de fes fubtiles inuentions, fciences & graces. De maniere que quand on vouloit dire anciennement quelque chofe eftre elegam-

H iiij

*Illustration d'Archimède extraite du livre *Les vrais pourtraits et vies des hommes illustres grecz, latins et payens* d'André Thevet.

☐ Attention : énigme qui demande de la réflexion! Alice et Bob invitent 171 couples pour faire la fête chez eux. Bob, un individu quelque peu dérangeant qui aime un peu trop les mathématiques, demande à tous ceux et celles qui sont présent.e.s à combien de personnes iels ont serré la main (Bien entendu, Bob ne se pose pas cette question.). Curieusement, tout le monde a serré un nombre différent de mains. Si l'on fait l'hypothèse raisonnable que personne n'a serré la main de son ou de sa partenaire, combien de mains Alice a-t-elle serrées? Pour compléter cette épreuve, prenez-vous en photo devant le local 00X où X est le nombre de mains serrées par Alice.

☐ Prenez-vous en photo avec un fractal trouvé sur le campus. Il peut s'agir d'un fractal naturel, un fractal trouvé sur une affiche, …

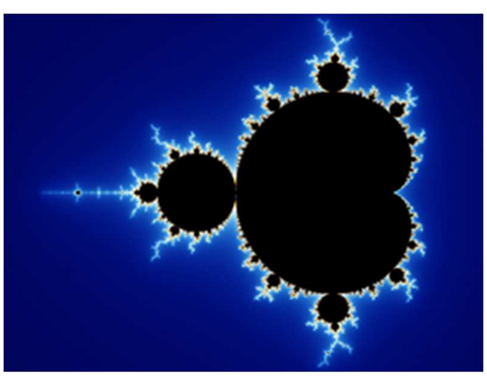

*Illustration de l'ensemble de Mandelbrot tirée du site https://fr-academic.com/dic.nsf/frwiki/583957

L'ensemble de Mandelbrot
Voici une illustration de l'ensemble de Mandelbrot, le fractal le plus populaire, du moins en mathématiques. Cet ensemble a été étudié pour la première fois en 1978 par Robert W. Brooks et Peter Maleski. On lui a donné le nom d'ensemble de Mandelbrot en l'honneur de Benoit Mandelbrot qui en a donné des représentations visuelles très près de celles que l'on peut réaliser aujourd'hui. Les pixels noirs de l'image représentent les nombres complexes c qui sont tels que les itérés de la fonction

$$f_c(z) = z^2 + c$$

sont bornés, c'est-à-dire la suite $f_c(0), f_c(f_c(0)), \ldots$ est bornée. Pour les connaisseurs et connaisseuses, la frontière de l'ensemble de Mandelbrot est un fractal de dimension de Hausdorff égale à 2.

*Les informations susmentionnées sont tirées de l'article https://www.futura-sciences.com/sciences/dossiers/ mathematiques-fractales-curiosite-mathematique-234/page/7/

☐ Dans le pavillon Alexandre-Vachon, rendez-vous dans un local libre dont le numéro est XYZW où XY sont les décimales du second plus petit nombre parfait et ZW sont quelconques. Sur le tableau, dessinez au mieux de vos capacités le portrait d'Évariste Galois. Inscrivez le numéro du local où vous avez créé votre œuvre sur le tableau et prenez-vous en photo avec ce dernier. Prendre en note que les nombres X, Y, Z, W sont considérés comme étant des décimales dans l'écriture d'un nombre, c'est-à-dire que si $X = Y = 1$, alors $XY = 11$.

☐ Prenez-vous en photo sur la passerelle qui relie le pavillon La Laurentienne au pavillon Palasis-Prince. Votre photo doit inclure d'une façon quelconque le nombre de membres fondateurs du groupe Bourbaki.

Évariste Galois

Jeune homme turbulent, révolutionnaire politique, génie incompris sont trois qualificatifs qui décrivent bien Évariste Galois. Les contributions mathématiques de Galois s'inscrivent dans la théorie des groupes. Sa théorie culmine au théorème fondamental de la théorie de Galois qui présente une correspondance explicite entre les sous-extensions d'une tour d'extensions de corps et les sous-groupes d'un groupe de permutations, appelé un groupe de Galois, associé à cette tour d'extensions. C'est d'ailleurs cette théorie qui a permis de démontrer qu'il n'existe pas de formule générale (avec des radicaux) pour résoudre l'équation quintique et qu'il est impossible d'effectuer la trisection de l'angle. Malheureusement, le génie mathématique de Galois s'est éteint très tôt. On raconte que Galois serait décédé lors d'un duel à 20 ans seulement.

*Les informations susmentionnées proviennent du livre *Galois Theory* écrit par Ian Stewart et l'illustration est tirée du site https://en.wikipedia.org/wiki/%C3%89variste_Galois.

Nicolas Bourbaki

Nicolas Bourbaki est un mathématicien fictif inventé par un groupe de mathématiciens aux environs de 1935. Dans les années suivants la fondation du groupe, les membres se réunissaient régulièrement afin de décider de la structure à adopter pour rédiger un grand livre récapitulatif des mathématiques de l'époque intitulé *Éléments de mathématique* à faire paraître sous le nom de plume Nicolas Bourbaki. L'œuvre de Bourbaki a permis de systématiser et de formaliser le cadre dans lequel était pratiquée la science mathématique. L'œuvre bourbakiste a beaucoup influencé l'enseignement des mathématiques et a donné une direction à la recherche mathématique du XXe siècle. Des traces de cet apport sont assurément encore visibles dans vos notes de cours. Il est intéressant de noter que Bourbaki « continue d'exister » et organise maintenant des séminaires sur une base hebdomadaire.

*Les informations susmentionnées proviennent du site https://www.bourbaki.fr/. L'illustation du café Capoulade où les membres de Bourbaki se rencontraient est tirée du site https://wehadfacesthen.tumblr.com/post/176293332670/cafe-capoulade-paris-1954-photo-by-inge-morath.